(Mitteilungen aus dem Rostocker Physikalischen Institut.)

# Untersuchung der Ultrastrahlung in der Wilsonkammer.

## Von Paul Kunze in Rostock.

Mit 10 Abbildungen. (Eingegangen am 24. März 1933.)

In der vorliegenden Arbeit wird die Diskussion der früher gewonnenen Aufnahmen von Ultraspuren fortgesetzt. Der erste Teil bringt die Richtungsverteilung der Ultraspuren am Erdboden. Im zweiten Teil werden die erhaltenen Doppelspuren besprochen und eine Einteilung in mehrere Klassen vorgeschlagen. Zugleich werden die Verhältnisse beim relativistischen Zweierstoß rechnerisch durchdiskutiert. Im dritten Teil wird die spezifische Ionisation an Hand von Tropfenzählung behandelt.

Die ersten Wilsonaufnahmen von Ultraspuren (natürlich ohne sie als solche zu erkennen) hat wahrscheinlich schon Wilson<sup>1</sup>) selbst kurz nach 1911 erhalten, als Hess und Kolhörster eben durch ihre Messungen den außerterrestrischen Ursprung der Ultrastrahlen sicherstellten. Skobelzyn<sup>2</sup>) war der erste, der die Aufmerksamkeit auf die Unkrümmbarkeit dieser Spuren in einem Magnetfeld von 1000 Gauß hinlenkte, entsprechend Elektronenenergien größer als  $20 \cdot 10^6$  Volt. Die interessante Frage nach diesen unbekannten Ultrastrahlenergien wurde dann mit derselben Methodik (Wilsonkammer im Magnetfeld) in letzter Zeit von Anderson<sup>3</sup>), von Blackett und Occhialini<sup>4</sup>) sowie von mir behandelt.

Der vorliegenden Veröffentlichung liegen die Ergebnisse zugrunde, welche im vorigen Sommer in der Gleichstromzentrale des Rostocker Elektrizitätswerkes mit der Wilsonkammer gewonnen wurden. Die Kammer von 164 mm Durchmesser und 42 mm Höhe befand sich in einer horizontalen eisenlosen Stromspule von 1100 kg Kupfergewicht. Die Spule ergab mit 1000 Amp. und 500 Volt 18400 Gauß. Bei der großen Schärfe der erhaltenen Spurbilder waren Elektronenenergien von mehr als 10<sup>9</sup> Volt noch bestimmbar; die Grenze der Meßgenauigkeit<sup>5</sup>) lag etwa bei 10<sup>10</sup> Volt, also um eine

Zeitschrift für Physik. Bd. 83.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) C. T. R. Wilson, Jahrb. d. Radioaktivität und Elektronik 10, 34, 1913. vgl. dort S. 45, sowie Fig. 12 und 13. Ferner Proc. Roy. Soc. London (A) 104, 192, 1923, Fig. 1 und 6.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) D. Skobelzyn, ZS. f. Phys. 28, 278, 1924; 54, 686, 1929.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>) C. D. Anderson, Phys. Rev. 41, 405, 1932.

<sup>4)</sup> P. M. S. Blackett u. G. Occhialini, Nature 130, 363, 1932.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>) Verschiedentlich sind mir gesprächsweise Bedenken geäußert worden, ob sich so eine Meßgenauigkeit mit der Wilsonkammer erzielen läßt. Auf diese Bedenken wird vielleicht in einer späteren Veröffentlichung eingegangen werden; dort sollen die technischen Einzelheiten der Spule, der Wilsonkammer und des Ausmeßverfahrens besprochen werden.

Größenordnung höher als bei Anderson; die Energie der Protonenzerstrahlung (10<sup>9</sup> Volt) wurde damit wesentlich überschritten.

Die Energien der positiven Partikeln wurden bestimmt unter der Annahme, daß es sich hierbei um Protonen handelt. Nach neueren Untersuchungen von Anderson<sup>1</sup>), sowie Blackett und Occhialini<sup>2</sup>) kommen auch noch positive Elektronen neben den Protonen vor, so daß die Energien mancher positiver Partikeln entsprechend höher anzusetzen wären. Bei sehr großen Energien ist die dadurch eintretende Änderung gering.

Die Ergebnisse der Arbeit lassen sich nach vier Gesichtspunkten diskutieren: 1. Ladung und Energieverteilung der Partikeln, 2. Richtungsverteilung der Spuren, 3. Diskussion der Doppelspuren, 4. spezifische Ionisation.

Der erste dieser Punkte wurde bereits in einer vorläufigen<sup>3</sup>) und einer ausführlichen<sup>4</sup>) Mitteilung besprochen. Die jetzige Veröffentlichung bringt zum Abschluß die Ergebnisse der drei weiteren Punkte und zerfällt darum in drei entsprechende Abschnitte.

# 1. Richtungsverteilung der Ultraspuren.

Die vorliegenden Ergebnisse beziehen sich auf die Anfangsrichtung der Spuren, soweit sich diese feststellen läßt. Stark gekrümmte Spuren mit unsicherer Anfangsrichtung sind also fortgelassen. Dies bedeutet, daß Elektronen unter 100 Millionen und Protonen unter 10 Millionen Volt unberücksichtigt bleiben, so daß von den 90 Spuren 76 für die Richtungsausmessung brauchbar sind. Die horizontal liegende Achse der Kammer war wegen der Platzverhältnisse (Umpolungsgefahr für die nebenan befindlichen Umformer) ostwestlich orientiert, so daß die Spuren auf *eine* nordsüdliche Vertikalebene projiziert erscheinen. Eine allenfalsige Ost-West-Asymmetrie der Bahnrichtungen infolge des Erdfeldes entzieht sich also der Beobachtung. Die Maschinenhalle der Gleichstromzentrale, in welcher die Kammer stand, besaß ein dünnes Holzdach und niedrige dünne Seitenmauern, so daß nur eine kleine Abschirmung durch das Gebäude vorlag. Außerdem besaß die Spule einen breiten zentralen Luftspalt; der Zutritt der Strahlen war also nicht behindert.

Die Auszählung der Spurrichtungen kann erfolgen für alle brauchbaren Spuren, oder nur für diejenigen oberhalb 500 Millionen Volt, oder getrennt

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) C. D. Anderson, Science 76, 238, 1932; Phys. Rev. 43, 491, 1933.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) P. Blackettu. G.Occhialini, Proc. Roy. Soc. London(A) 139, 699, 1933.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>) P. Kunze, ZS. f. Phys. **79**, 203, 1932.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) P. Kunze, ebenda **80**, 559, 1933.

für positive und negative Partikeln. Wegen der geringen Zahl der Spuren ist die Streuung der Ergebnisse für die einzelnen Gruppen groß, und markante Unterschiede nicht sicher erkennbar. Wir beschränken und deshalb auf die Richtungsverteilung *aller* Spuren, ohne Rücksicht auf Ladungsvorzeichen oder Energie.

Die Winkelverteilung der Spuren, projiziert auf die nordsüdliche Vertikalebene, ergibt sich aus der Bestimmung der Spurenzahl in den einzelnen sich überlappenden Winkelintervallen. Fig. 1 gibt das Resultat



Richtungsverteilung der Spuren, projiziert auf nordsüdliche Vertikalebene. ------ Meßwerte. ----- sin<sup>2</sup>-Kurve als Vergleichskurve.

der Auszählung. Die Ordinaten sind die Spurzahlen pro Intervall in willkürlichem Maßstab, bei den Zahlen der Abszisse bedeutet 0<sup>0</sup> die Vertikal-Die ausgezogene Linie gibt zum Vergleich eine auf gleichen richtung. Flächeninhalt normierte sin<sup>2</sup>-Kurve wieder. Man sieht,  $da\beta$  die Spuren sich über den ganzen Winkelbereich verteilen, aber bevorzugt von oben einfallen. Das Ergebnis von Skobelzyn<sup>1</sup>), welcher in allen Richtungen konstante Spurdichte fand, scheint sich also nicht zu bestätigen. Dagegen steht vorliegender Befund in guter Übereinstimmung mit Anderson (a. a. O.). Zählt man die Werte der beiden Figurenhälften zusammen, so ergibt sich das Bild auf der rechten Seite der Fig. 1. Man sieht hier, daß die Meßwerte von der sin<sup>2</sup>-Kurve in der Weise systematisch abzuweichen scheinen, daß die Flanken übersteilt sind; diese Abweichungen liegen allerdings innerhalb der Fehlergrenzen.

Im großen und ganzen entspricht der Befund den Erwartungen, die man bei einer Strahlung haben wird, welche den Weltraum isotrop erfüllt und unter Bildung von Sekundärpartikeln in die Atmosphäre eindringt. Die Absorptionsprozesse führen zur Bevorzugung der Vertikalrichtung, die Auslösung von Sekundärpartikeln wirkt dem entgegen. Die Mehrzahl der in Meereshöhe beobachteten Spuren dürfte sekundären Ursprungs

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) D. Skobelzyn, C. R. 194. 118, 1932.

### Paul Kunze,

sein, und man könnte danach eine viel gleichmäßigere Winkelverteilung als die vorliegende erwarten. Tatsächlich bevorzugen aber die Sekundärpartikeln aus Impulsgründen die Richtung der Primärstrahlen, so daß die Dichte der Sekundärstrahlen nach der Vertikalen zu stark erhöht ist. So kommt die vorliegende Verteilung zustande.

## 2. Die Mehrfachspuren.

Im vorliegenden Abschnitt wird zunächst die beobachtete Zahl der Spuren mit derjenigen verglichen, die man aus der bekannten Intensität in Meereshöhe zu erwarten hat. Zweitens wird die Formel der statistischen Verteilung der Spuren auf die Platten aufgestellt und auf die beobachtete Verteilung angewandt. Drittens werden die reellen Mehrfachspuren diskutiert und in Klassen aufgeteilt. Viertens wird für eine dieser Klassen die Deutung als Zweierstoß vorgeschlagen.

Häufigkeit der Wilsonspuren. Von den 400 Wilsonaufnahmen fiel ein Teil durch apparative Störungen aus, so daß 324 Platten als "spurbereit" übrigblieben. Auf diesen Flatten zeigten sich insgesamt 90 Ultraspuren, wobei alle, auch die kurzen und in ihrer Krümmung nicht ausmeßbaren, mitgezählt sind. Nachfolgend wird gezeigt, daß diese Spurzahl ungefähr der theoretischen Erwartung entspricht.

Wir berechnen zunächst die Zahl der pro Sekunde in die Wilsonkammer eintretenden Bahnspuren, wenn, gemittelt über alle Orientierungen der Flächeneinheit im Raum, im Durchschnitt N Spuren pro Quadratzentimeter und Minute einfallen. Gegeben sei ein an sich beliebig gestaltetes Volumen  $V \text{ cm}^3$  mit der von Einbeulungen freien Oberfläche  $F \text{ cm}^2$ . Dann wird diese Oberfläche NF-mal pro Minute oder NF/60-mal pro Sekunde von Ultrapartikeln "durchlöchert" werden. Da jede das Volumen durchsetzende Ultrapartikel eine Einschuß- und eine Ausschußstelle hat, wird das Volumen also NF/120-mal pro Sekunde von Ultraspuren durchsetzt werden.

Der Wert von N hängt stark von der Umgebung ab, gewöhnlich sind die Registrierinstrumente mehr oder weniger gepanzert. Bothe und Kolhörster<sup>1</sup>) finden mit dem Zählrohr bei oben offenem Panzer 0,6 Teilchen pro Minute und horizontalem Quadratzentimeter, wobei nach Jakobsen<sup>2</sup>) zu bedenken ist, daß das Zählrohr oft nur einen Prozentsatz der Spuren, die Wilsonkammer aber alle Spuren zählt. Skobelzin<sup>3</sup>) findet in der

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) W. Bothe u. W. Kolhörster, ZS. f. Phys. 56, 751, 1929.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) I. C. Jakobsen, Nature 130, 581, 1932.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>) D. Skobelzyn, ZS. f. Phys. 54, 686, 1929.

Wilsonkammer in einem massiven Gebäude ungefähr doppelt so viel. Da unsere unabgeschirmte Wilsonkammer wegen des Luftspaltes in der Spulenmitte und wegen des Holzdaches der Maschinenhalle so gut wie im Freien stand, rechnen wir im Durchschnitt mit N = 1 pro Quadratzentimeter und Minute. Bei F = 610 cm<sup>2</sup> Oberfläche meiner Wilsonkammer erwarten wir also theoretisch  $n = \frac{1 \times 610}{120} = 5,1$  Spuren pro Sekunde in der Kammer.

Die Bereitschaftszeit meiner Kammer betrug andererseits etwa  $1/_{20}$  sec, so daß die 324 brauchbaren Platten einer gesamten Beobachtungszeit von 324/20 = 16,2 sec entsprechen. In dieser Zeit wurden 90 Spuren beobachtet, entsprechend  $n = 90/16, 2 = 5^{1}/_{2}$  Spuren pro Sekunde experimentell, in Übereinstimmung mit obigem theoretischen Wert.

Eine andere Kontrolle bietet die Berechnung der Zahl J der pro Kubikzentimeter und Sekunde in Normalluft erzeugten Ionenpaare. Rechnen wir mit fünf Spuren pro Sekunde, einer mittleren Bahnlänge von 6 cm in meiner Kammer, sowie mit durchschnittlich 50 Ionenpaaren pro Zentimeter, so erhalten wir  $5 \cdot 6 \cdot 50 = 1500$  Ionenpaare pro Sekunde in der Kammer von 825 cm<sup>3</sup> nutzbarem Volumen, gleich J = 1500/825 = 1,8 Ionenpaare pro Kubikzentimeter und Sekunde. Dies entspricht aber gerade dem Wert der Ionisation in Luft von Meereshöhe, so daß auch in dieser Hinsicht die beobachtete Spurzahl gerechtfertigt erscheint.

Übrigens pflegt die beobachtete Spurzahl um so größer zu sein, je besser die Wilsonapparatur funktioniert. Aus diesem Grunde haben die Spurzahlen pro Platte in der Literatur der letzten Jahre dauernd zugenommen. Die letzten Beobachtungen von Skobelzyn<sup>1</sup>) mit 147 Spuren pro 1219 Platten stimmen ausgezeichnet mit obiger Berechnungsmethode überein, wenn man die Bereitschaftszeit seiner Kammer mit 0,03 sec ansetzt. Dieser gegenüber meiner Kammer kleinere Wert kann aber wohl stimmen, denn seine Kammer hatte nur 15 mm Höhe gegenüber 42 mm bei meiner.

Die Spurhäufigkeit bei Anderson (a. a. O., 62 Spuren auf 3000 Platten) läßt sich hier nicht zum Vergleich heranziehen, da Anderson offenbar nur einen kleinen Teil seiner Spuren zur Diskussion benutzt.

Statistik der Mehrfachspuren. Gemäß dem vorhergehenden haben wir S = 90 Spuren, die sich auf P = 324 Platten verteilen. Bei einer Diskussion der Mehrfachspuren haben wir zunächst die Frage zu lösen, wie sich

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) D. Skobelzyn, C. R. **194**, 118, 1932; **195**, 315, 1932; vgl.nachfolgende Tabelle 2.

die S Spuren auf die P Platten verteilen für den Fall, daß die Spuren statistisch voneinander unabhängig sind. Die Zahl aller möglichen Verteilungen gleicher a priori-Wahrscheinlichkeit beträgt  $P^S$ . Wenn wir nach der statistischen Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer x-fachen Spur (x = 0, 1, 2, 3, ...) fragen, so wird die Zahl der "günstigen" Fälle für das Auftreten einer x-fach-Spur auf einer der P Platten gleich  $\binom{S}{x}(P-1)^{S-x}$  sein. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit also für das Auftreten einer statistisch bedingten x-fach-Spur ("Zufallskoinzidenz")

$$W_x = \frac{\binom{S}{x}(P-1)^{S-x}}{P^S}$$

Die durchschnittliche Zahl $P_x$ der Platten mit einer zufälligen x-fach-Spur bei insgesamtPPlatten beträgt also

$$P_{x} = \frac{\binom{S}{x} (P-1)^{S-x}}{P^{S-1}}.$$
 (1)

Da in praxi P und S große Zahlen sind, x dagegen dicht bei 1 liegt, erhalten wir nach einer Umformung als Näherung

$$P_x \approx \frac{P + x - S}{x!} \left(\frac{S}{P}\right)^x.$$
(2)

Erst wenn die Zahl der beobachteten Mehrfachspuren die theoretische Erwartung dieser Statistik überschreitet, wird man annehmen können, daß die Spuren nicht, wie angenommen, statistisch voneinander unabhängig sind, sondern daß unter Umständen eine kausale Verknüpfung zwischen gleichzeitigen Spuren vorliegt. Vorliegende Formel ist deshalb von Wert, weil sie vor einer übereilten Ausdeutung von Mehrfachspuren als reelle Doppelspuren usw. bewahrt.

Tatsächlich ist auch die Hälfte meiner Mehrfachspuren im obigen Sinne als Zufallskoinzidenz aufzufassen. Diesen Sachverhalt zeigt die nachfolgende Tabelle 1, in welcher die tatsächlich beobachtete Verteilung der S = 90 Spuren mit der nach oben statistisch erwarteten verglichen ist. Die erste Spalte gibt die Zahl der Spuren pro Platte, die zweite gibt die beobachteten Plattenzahlen, die dritte und vierte die nach Gleichung (2) (Näherung) und (1) (exakt) berechneten. Man sieht, daß die Näherungsgleichung genügt, solange man sich vorwiegend nur für die Mehrfachspuren, also für  $x = 2, 3, \ldots$  interessiert, und keine allzu großen Ansprüche an die Genauigkeit stellt.

æ	$P_{oldsymbol{x}}$ beobachtet	$P_x$ berechnet	
		nach Näherungsgleichung(2)	exakt nach Gleichung (1)
0	249	234,0	245,31
1	61	65,3	68,35
2	13	9,1	9,42
3	1	0,8	0,86
Summe	324	309 <b>,2</b> <sup>1</sup> )	323,94

Tabelle 1. Verteilung der 90 Spuren auf die 324 Platten.

Man sieht, daß die beobachtete Spurverteilung im allgemeinen der rechnerischen Erwartung entspricht, lediglich bei den Doppelspuren mit x = 2 ist die beobachtete Zahl merklich größer als die berechnete. Diesem Befund entspricht die bekannte Beobachtung von Skobelzyn<sup>2</sup>), daß bei den Ultrastrahlen kausal bedingte Doppelspuren auftreten. Dagegen ist eine kausale Verknüpftheit bei der einen beobachteten Dreifachspur nicht notwendigerweise zu erwarten, da eine dreifache Zufallskoinzidenz gar nicht so unwahrscheinlich ist. Tatsächlich wird auch die nachfolgende Diskussion der Mehrfachspuren ergeben, daß einige der Doppelspuren reell sind, aber nicht die Dreifachspur.

Wenn wir dieselbe Betrachtungsweise auf die schon erwähnte zweite Aufnahmeserie von  $Skobelzyn^3$ ) anwenden, erhalten wir die Zahlen von Tabelle 2. Die erste Spalte gibt wieder die Zahl der Spuren pro Platte, die zweite die beobachtete Plattenzahl, die dritte die auf Grund der Näherungsformel (2) berechnete.

		5,
x	$P_x$ beobachtet	$P_x$ berechnet
0	1100	1072
1	100	129,5
2	11	7,7
3	7	0,3
4	1	0,01
Summe	1219	1209,5 <b>4</b> )

Tabelle 2. Verteilung der 147 Spuren bei Skobelzyn<sup>3</sup>) auf die 1219 Platten.

<sup>1</sup>) Dieser Wert ist also wegen der benutzten Näherung erheblich zu klein, man sollte fast 324 erhalten.

<sup>2</sup>) D. Skobelzyn, ZS. f. Phys. **54**, 686, 1929.

<sup>3</sup>) D. Skobelzyn, C. R. 195, 315, 1932.

<sup>4</sup>) Dieser Wert ist wegen der benutzten Näherung erheblich zu klein, man sollte fast 1219 erhalten.

### Paul Kunze,

Ein Vergleich zwischen den beobachteten und berechneten Mehrfachspuren ist hier bei Skobelzyn nicht ohne weiteres durchzuführen, da wir nicht wissen, ob die angegebenen Zahlen der Mehrfachspuren für alle oder nur für die reellen gelten sollen. Nach Aussage der Tabelle muß jedenfalls auf den Platten eine ganze Anzahl nichtreeller Doppelspuren vorgekommen sein, da die statistische Erwartung hierfür acht beträgt. Auffällig ist weiterhin die bei der Kleinheit seiner Kammer relativ große Zahl von Dreifachspuren, welche derjenigen der Zweifachspuren nahekommt und die Zahl der Zufallskoinzidenzen bei weitem übertrifft. Die oben abgeleitete Verteilungsformel ist also auch hier sehr nützlich. Eine Diskussion der Beobachtungen Andersons (a. a. O.) ist hier nicht möglich, weil die entsprechenden Unterlagen nicht angegeben sind.

Diskussion der Mehrfachspuren. Laut Tabelle 1 erhielten wir 18 Doppelund 1 Dreifachspur, von denen ein Teil durch Zufall entstanden sein muß.



Fig. 2. Nichtreelle Doppelspur mit scheinbar unten liegendem Konvergenzpunkt. 2-fache Vergrößerung.

Die Betrachtung der Platten bestätigt diese Erwartung durchaus: Bei einem Teil der Mehrfachspuren liegen die Komponenten windschief<sup>1</sup>) zueinander oder sind nicht exakt gleichzeitig, und darum als Zufallskoinzidenz anzusprechen: bei einem anderen Teil ist ein reeller Konvergenzpunkt gleichzeitiger Komponenten vorhanden, so daß hier mit sehr großer Wahrscheinlichkeit echte Mehrfachspuren vorliegen.

Das Ergebnis der Betrachtung ist. daß die Dreifachspur sowie sechs der Doppelspuren Zufallskoinzidenzen sind. Ein sehr scharfes Kriterium für die Realität einer Mehrfachspur gibt die Definiertheit der Komponenten:

Bei einer reellen, also gleichzeitigen Mehrfachspur müssen die Komponenten exakt gleiche Schärfe besitzen. Aus diesem Grunde ist die in Fig. 2 gezeigte

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Nach den Regeln der darstellenden Geometrie aus der Spurprojektion konstruierbar.

Doppelspur, trotz ihres — unten liegenden — gemeinsamen Schnittpunktes der Komponenten als nicht reell gezählt, denn die kräftige Komponente zeigt auseinanderdiffundierte Ionen, ist also etwa  $^{1}/_{100}$  sec [siehe später Gleichung (13)] vor der schwachen scharfen Komponente entstanden.

Es verbleiben somit sieben Doppelspuren als reell. Wenn auch dieses Material sehr klein ist, so kann man doch versuchen, die vorliegenden



Fig. 3. Auslösung von Sekundärelektronen ander Glasplatte. 7 Ug - fache Vergrößerung. Striche =mm auf der Platte.

Fig. 4. Kernexplosion im Aluminium des Kolbens. 8-fache Vergrößerung. Striche = mm auf der Platte.

Doppelspuren in drei Klassen einzuteilen. In den nachfolgenden Figuren wird von jeder Klasse ein typischer Vertreter gezeigt.

*Erster Typ.* Auslösung von Sekundärelektronen an festen Wänden. Dieser Spurtyp wurde zweimal beobachtet; Fig. 3 zeigt den einen der Fälle, wo die Ultrapartikel beim Durchtritt durch die Glasplatte ein (mit Reflexion an der Glasplatte) oder gar zwei Sekundärelektronen auslöst. Der andere Fall ist dem hier gezeigten sehr ähnlich; die Energie des ausgelösten Sekundärelektrons liegt in beiden Fällen bei 3 bis 500000 Volt. Die Sekundärelektronen werden hier durch das Feld zu einem kleinen Kreis aufgewickelt; ohne Feld würde das Sekundärelektron in Normalluft eine lange Spur ergeben, also eine regelrechte Doppelspur bilden. Das Charakteristische an beiden Fällen ist erstens die Entstehung der Doppelspur an der festen Wand, zweitens die Tatsache, daß die Energie der sekundären Komponente um einige Größenordnungen kleiner als die der primären ist.

Zweiter Typ. Kernexplosion (?). Einen Vertreter dieses Typs, von dem gleichfalls zwei Fälle erhalten wurden, zeigt Fig. 4. Wir sehen hier zwei oder sogar drei Spuren, welche ihrem Aussehen nach exakt gleichzeitig entstanden sind, und offenbar zusammengehören. Die obere Komponente



Fig. 5. Doppelspur als Resultat einer vermutlichen Kernexplosion. 7-fache Vergrößerung. Untere Spur == Elektron von 37 000 000 V. Natur der oberen positiven Korpuskel nicht sicher bekannt.

ist ein Elektron von etwa 7 Millionen Volt, die Krümmung der zweiten und eventuellen dritten Komponente ist nicht viel kleiner.

Die andere Doppelspur des gleichen Typus (Fig. 5) zeigt dicht nebeneinander die dünne Spur eines Elektrons von 37 Millionen Volt, und eine wesentlich stärker ionisierende positive Partikel kleinerer Krümmung. Die Natur dieser Partikel ist unbekannt; für ein Proton ionisiert sie wohl zu wenig, und für ein positives Elektron<sup>1</sup>) zu viel. Vorliegende Doppelspur ist vermutlich ein Ausschnitt aus einem "Schauer" von Partikeln, wie sie von Blackett und Occhialini beobachtet wurden, also das Resultat einer Kernexplosion.

Dritter Typ. Zweierstoß zwischen Partikeln gleicher Masse (?). Einen charakteristischen Vertreter dieses Typus, von dem drei Fälle

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Siehe C. D. Anderson, Science **76**, 238, 1932; Phys. Rev. **43**, 491, 1933, sowie Blackett u. Occhialini, a. a. O.

erhalten wurden, zeigt Fig. 6. Diese Art von Doppelspuren mit fast parallelen Komponenten bei größenordnungsmäßig gleicher Energie wurde zuerst von Skobelzyn 1929 (a. a. O.) beobachtet und scheint für die Ultrastrahlen besonders typisch zu sein. Die nach oben gerichtete Divergenz der Doppelspur ist perspektivisch bedingt und nur scheinbar, der gemeinsame Ursprung liegt ver-

mutlich weit oberhalb der Kammer. Die beiden anderen Fälle dieses Spurtyps haben gleichfalls oben liegenden Konvergenzpunkt.

Man könnte versucht sein, diese Doppelspuren für Teilausschnitte aus einem "Schauer" zu halten; dann wären sie das Resultat einer Kernexplosion und würden mit zum vorhergehenden Spurtyp zu rechnen Blackett und Occhialini sein. (a. a. O.) schätzen aber, daß in ihrer Kammer unter 1200 Einzelspuren nur ein Schauer (mit mehr als 8 Spuren) auftritt. Wegen dieser Seltenheit  $\operatorname{der}$ großen Schauer scheint es mir nicht ratsam, die relativ häufigen fast parallelen Doppelspuren als Ausschnitte aus einem Schauer zu deuten, vielmehr ist es denkbar, wie nachfolgend gezeigt



Fig. 6. Reelle, fast parallele Doppelspur. Divergenz nach oben nur scheinbar, perspektivisch bedingt. 2-fache Vergrößerung.

wird, sie als Ergebnis eines heftigen Zweierstoßes zwischen ungefähr gleichen Massen aufzufassen. Wenn man annimmt, daß die Ultrakorpuskeln neben Protonen aus ungefähr gleich schweren negativen und positiven Elektronen bestehen, so stehen ihnen in den Elektronen der durchquerten Materie tatsächlich passende Stoßpartner in reichlicher Menge zur Verfügung. Eine fast parallele Doppelspur kann also manchmal ein Teilausschnitt aus einem Schauer sein, und somit eine Kernexplosion bedeuten, ich möchte aber vermuten, daß sie in der Regel das Ergebnis eines Zweierstoßes ist. Die nachfolgende relativistische Behandlung des Zweierstoßproblems zeigt wenigstens, daß bei ungefährer Massengleichheit die so entstehenden Doppelspuren den eben besprochenen sehr ähnlich sind.

#### Paul Kunze,

Es wurde schon betont, daß die Aufteilung der Doppelspuren in drei Klassen bei der Kleinheit des vorliegenden Materials ziemlich unsicher ist. Der Zweierstoß ist zunächst für die fast ruhenden Sekundärelektronen im Gasraum verantwortlich, welche die Wilsonspur bilden. Ferner ist er vermutlich die Ursache für die langsamen Sekundärelektronen an festen Wänden (Typ 1), und schließlich kann er Sekundärspuren von Ultrastrahlgeschwindigkeit erzeugen, wobei die Doppelspuren mit fast parallelen Komponenten (Typ 3) entstehen. Der letztere Typ ist wegen der Größe der Energieübertragung sicher unabhängig vom Aggregatzustand, er umfaßt außerdem einen so weiten Spielraum der Energieübertragung (vgl. später), daß es in Übereinstimmung mit der Beobachtung berechtigt ist, ihm eine besondere Klasse von Doppelspuren zuzuordnen. Dagegen ist es fraglich, ob eine scharfe Abgrenzung gegenüber den langsamen Sekundärelektronen an festen Wänden besteht; die beiden hier vorliegenden Spurbilder (Fig. 3) sind zwar erstaunlich ähnlich, doch ist es gewagt, auf Grund nur zweier Spurbilder von einer besonderen Klasse von Doppelspuren zu sprechen. Immerhin wäre es denkbar, daß die Entstehung langsamer Sekundärelektronen (105 bis 106 Volt) für feste Substanzen besonders typisch ist.

Der Zweierstoß. Im nachfolgenden wird der Zweierstoß bei Ultrapartikeln rechnerisch diskutiert, wobei sich eine Deutungsmöglichkeit für die fast parallelen Doppelspuren ergeben wird. Der Ausgangspunkt der



Schemabild des Stromsprungs und der Bremsstrahlung beim Zweierstoß Elektron-Elektron, Proton-Elektron, Elektron-Proton.

Rechnung ist die einfache Relativitätsmechanik; das beim Stoß entstehende Bremskontinuum wird vernachlässigt.

Fig. 8. Zweierstoß zwischen Partikeln der Ruhmasse  $m_1$  (primär) und  $m_2$  (sekundär).

Die Folgen dieser Vernachlässigung können wir an Hand der schematischen Fig. 7 qualitativ überschlagen. Bezeichnen wir mit  $\nu$  bzw.  $\pi$ die negative bzw. positive Partikel, so enthält die Figur zunächst die drei Stoßbilder  $\nu$  gegen  $\nu$  (oder  $\pi$  gegen  $\pi$ ),  $\pi$  gegen  $\nu$ , und  $\nu$  gegen  $\pi$ . Wenn wir ferner bedenken, daß eine positive Partikel einem gleichlaufenden, eine negative Partikel einem entgegenlaufenden positiven Strom entspricht, so erhalten wir die darunter stehenden Strombilder vor und nach dem Stoß, deren Sinn wohl klar ist. Der beim Stoß entstehende Stromsprung ist ein Maß für die begleitende Quantenstrahlung. Wir schließen also, daß die Ausstrahlung beim Stoß  $v \to v$  vernachlässigbar klein ist, daß aber die Feldunstetigkeit beim Stoß  $\pi \to v$  merklich, beim Stoß  $v \to \pi$  bedeutend ist.

Allgemeiner Zweierstoß. Eine Ultrapartikel 1 treffe auf eine ruhende Partikel 2 und teile ihr einen entsprechenden Betrag an Impuls und Energie mit (Fig. 8). Die Größen m, p, W, E, bedeuten Ruhmasse, Impuls, Gesamtenergie, kinetische Energie der Partikel; die Größen nach dem Stoß sind gestrichen. Allgemein gilt hierbei  $W = E + mc^2$ . Gesucht ist der Gabelungswinkel  $\Theta$ ; die allenfalsige Bindungsenergie der Partikel 2 sowie die Bremsstrahlung wird vernachlässigt.

Wir benutzen den Impulssatz in der Form des Kosinusgesetzes

$$p_1'^2 + 2 p_1' p_2' \cos \Theta + p_2'^2 = p_1^2,$$
 (3)

und vermittels der invariant relativistischen Beziehung

$$\frac{W^2}{c^2} - m^2 c^2 = p^2 \tag{4}$$

eliminieren wir die Impulse und lösen nach  $\cos \Theta$  auf. Ferner ziehen wir den Energiesatz in der nachfolgenden Form heran

$$W'_1 = W_1 - E'_2, \qquad W'_2 = E'_2 + m_2 c^2,$$
 (5)

und eliminieren damit die Größen  $W'_1$  und  $W'_2$  in obigem Ausdruck für  $\cos \Theta$ . Wir erhalten somit als Ergebnis des allgemeinen Zweierstoßes den nachfolgenden Ausdruck

$$\cos\Theta = \frac{1 + \frac{m_1 c^2 - m_2 c^2}{E_1'}}{\sqrt{\left(1 + \frac{2 m_1 c^2}{E_1'}\right) \left(1 + \frac{2 m_2 c^2}{E_2'}\right)}}.$$
(6)

Dieser Ausdruck enthält nur noch "photographierbare" Größen: den Gabelungswinkel  $\Theta$ , sowie die kinetischen Energien  $E'_1$  und  $E'_2$  der Komponenten der entstehenden Doppelspur, welche aus der magnetischen Spurkrümmung bestimmbar sind.

Im Falle des Stoßes gleich schwerer Partikeln  $(m_1 = m_2)$  wird der Ausdruck sehr einfach und führt auf eine Deutungsmöglichkeit der fast parallelen Doppelspuren. Für ungleiche Massen liegen die Verhältnisse komplizierter. Der Wertebereich von cos  $\Theta$  liegt ja zwischen +1 und -1 und die daraus resultierende Ungleichung führt zu einer wesentlichen Einschränkung der nach dem Energiesatz möglichen Energieübertragungen. Stoß gleich schwerer Partikeln. Im Falle der Massengleichheit wird  $\cos \Theta = \sqrt{\frac{1}{\left(1 + 2\frac{V_0}{V_1}\right)\left(1 + 2\frac{\overline{V_0}}{\overline{V_2}}\right)}}, \quad V_1 + V_2 = E_1 = \text{Primärenergie, (7)}$ 

wenn wir unter  $V_0$  die Ruhenergie der Partikeln im Voltmaß, unter  $V_1$  und  $V_2$  die Voltenergien der Doppelspurkomponenten verstehen. Der bezüglich  $V_1$  und  $V_2$  symmetrische Aufbau der Formel deutet an, daß die primäre und sekundäre Partikel nach dem Stoß prinzipiell ununterscheidbar sind. Es ist bekannt, daß diese Ununterscheidbarkeit die Häufigkeit des Prozesses beeinflussen kann, nicht aber das obige Resultat.

Wenn die Energie der einen Komponente, z. B.  $V_2$ , klein ist gegenüber der Energie  $V_1$  der anderen Komponente, so gilt für einen



Divergenzwinkel  $\theta$  einer Doppelspur beim Stoß Elektron gegen Elektron. Primärenergie = 2000 Millionen Volt.  $V_1$  und  $V_2$  die Voltenergie der Komponenten (vgl. Tabelle 3).

Ultrapartikelstoß mit  $V_1 \! \gg \! V_0$  in guter Näherung

$$\tan \Theta \approx \sqrt{\frac{2V_0}{V_2}};$$
 (8)

diese Näherungsformel ergibt sich auch aus der Theorie der Elektronenbremsung von Bohr, vgl. bei Heisenberg<sup>1</sup>); sie gilt hier allgemein für jede Partikel, auch für Protonen.

Als Beispiel berechnen wir nach Gleichung (7) und (8) den Stoßwinkel  $\Theta$  für den Fall, daß ein Elektron von 2000 Millionen Volt gegen ein anderes ruhendes stößt, und ihm einen Teil seiner Energie überträgt. Das Ergebnis zeigt Tabelle 3, sowie Fig. 9.

Tabelle 3. Divergenzwinkel Øeiner Doppelspur beim Stoß Elektron gegen Elektron.

Primärenergie  $V_1 + V_2 = 2 \cdot 10^9$  Volt,  $V_1$  und  $V_2$  die Voltenergie der beiden Komponenten. Elektronenruhenergie  $V_0 = 500\,000$  Volt. (Vgl. Fig. 6 und 9.)

Million	Personand A		
V_1	V 2	bogengrad e	
$   \begin{array}{r}     1000 \\     200 \\     50 \\     10 \\     3 \\     \sim 0   \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1000 \\ 1800 \\ 1950 \\ 1990 \\ 1997 \\ \sim 2000 \end{array} $	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	

<sup>1</sup>) W. Heisenberg, Ann. d. Phys. 13, 430, 1932, Gleichung (7) ebenda.

Das Charakteristische an Tabelle 3 und Fig. 9 ist, daß sich der klassische Divergenzwinkel von 90° beim symmetrischen Stoß ( $(V_1 = V_2)$  im relativistischen Fall sehr stark zusammenschnürt, so daß  $\Theta$  fast im ganzen Wertebereich<sup>1</sup>) klein bleibt. Es liegt also nahe, für die fast parallelen Doppelspuren gleicher Massen als Ursache einen solchen Zweierstoß anzunehmen.

Die Massengleichheit braucht dabei nicht exakt erfüllt zu sein; notwendig ist nur, daß die Ruhenergien beider Partikeln gegenüber den kinetischen Energien verschwinden.

Wenn eine Ultrapartikel in einen Kern "einschlägt" und ihn zur Explosion bringt, so zeigen die austretenden Partikeln (vgl. die Aufnahmen von Blackett und Occhialini) häufig eine ganz analoge Zusammenschnürung des Schauers zu einer schmalen Garbe; die Schmalheit dieser Garbe deutet wahrscheinlich an, daß hier dieselbe relativistische Zusammenschnürung vorliegt wie im obigen Falle des Zweierstoßes. Man kann darum vermuten, daß die Ruhmasse der austretenden Partikeln klein sein muß gegen ihre kinetische Masse; diese Feststellung ist ein weiterer Grund für die Auffassung der dortigen Partikeln als positive und negative Elektronen.

# 3. Spezifische Ionisation.

Je nachdem, ob es sich um eine scharfe oder diffuse Ultraspur handelt, kann man an ihr die primäre oder die totale Ionisation bestimmen. Wir beschränken uns im nachfolgenden auf die scharfen Spuren, und lassen die totale Ionisation außer Betracht.

Die Ultrakorpuskel spaltet längs ihrer Bahn einige der durchquerten Atome in Elektronen und positive Ionen auf (primäre Ionisation); ein Teil dieser Elektronen kann seinerseits wieder ionisieren (sekundäre Ionisation). Die Ultraspur besteht also genau genommen aus einer Serie winziger sekundärer Wilsonspuren, die im Grenzfall nur ein Ionenpaar enthalten, und die nach Gleichung (8) fast senkrecht an die unsichtbare Primärbahn angesetzt sind. Diese Sekundärspuren sind im allgemeinen so kurz, daß sie bei scharfen Spuren auf der Photographie als Lichtpunkt erscheinen. Für ein Elektron der Energie V Volt und der Reichweite R cm in Normalluft gilt empirisch

$$V = a \sqrt{R}, \qquad (9)$$

wohei<sup>2</sup>) a = 21000. Danach hätte also selbst ein Elektron von 2100 Volt eine Reichweite von nur 1/10 mm, so daß seine Wilsonspur punktförmig wirkt. Die scharfe Ultraspur erscheint darum auf der Platte als eine Serie von Lichtpunkten, von denen jeder mindestens ein Ionenpaar, häufig aber mehrere oder gar viele bedeutet.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Deshalb ist es auch berechtigt, hier von einem besonderen Spurtyp zu reden.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **104**, 1, 1923; W. Gentner, Ann. d. Phys. **10**, 232, 1931.

#### Paul Kunze.

Als Beispiel einer solchen scharfen Ultraspur, an der sich die primäre Ionisation auszählen läßt, bringen wir in Fig. 10 einen Ausschnitt aus einer positiven Spur (845 Millionen Volt, falls Proton) in 15facher Vergrößerung

> der Originalplatte. Daß die Lichtpunkte hier im allgemeinen Ionennester darstellen und nicht bloß Einzelionen, sieht man an ihrer durchschnittlich größeren Helligkeit gegenüber den Tropfen des Störnebels.

> Die Spur ist deshalb für die Reproduktion gewählt worden, weil man an ihr sehen kann, daß bereits die Bestimmung der primären Ionisationen, also die einfache Zählung von Lichtpunkten oder Nestern pro Zentimeter an scharfen Spuren unter Umständen unsicher wird: im oberen Spurteil liegen weit getrennte große Nester, im unteren Spurteil engstehende kleine. Die Zahl der Nester fällt ganz verschieden aus, je nachdem welchen Spurteil man auszählt. Trotzdem glaube ich, daß diese Verschiedenheit nur eine statistische Schwankung darstellt, nicht aber eine Umladungder Ultrakorpuskel (vgl. frühere Arbeit, ZS. f. Phys. 80, 562, 1933).

> Solche scharfe Spuren entstehen bei genügender Übersättigung nur dann, wenn die gebildeten Ionen durch Tropfenbildung sofort fixiert werden, also wenn Ionisation und Kondensation praktisch gleichzeitig erfolgen. Wenn D der Diffusionskoeffizient der Ionen in Luft und x der Diffusionsweg in der Zeit t ist, so gilt

$$\overline{x}^2 = 2 Dt, \qquad (10)$$

Fig. 10. Beispiel zur

Vergrößerung,

abgebildete Spurteil

ist 5 mm lang. Striche

Kammer.

Aus-

wobei für Ionen<sup>1</sup>) größenordnungsmäßig  $D \approx 0.2$ . Aus der zählung der primären Kleinheit der Ionennester bei scharfen Spuren folgt somit, Ionisation an einer Ultraspur, 15- tache daß zwischen Ionisation und Kondensation weniger als der  $t = 10^{-4}$  sec liegen.

Durch die Anwesenheit des Magnetfeldes H wird das Aussehen der Spur nicht wesentlich geändert. Für den = mm auf der Platte; 1 mm auf der Platte magnetischen Krümmungsradius r einer Einheitsladung der = 4,76 mm in der Ruhenergie  $V_0$  gilt

$$r = \frac{1}{300 \ H} \sqrt{V(V+2 \ V_0)}$$
 also für  $V \ll V_0$ :  $r \approx \frac{1}{300 \ H} \sqrt{2 \ V \ V_0}$ . (11)

Zwischen Reichweite und magnetischer Krümmung langsamer Elektronen besteht also nach Formel (9) und (10) die Beziehung  $R \sim r^4$ , und bei Einsetzen der Zahlenwerte sieht man, daß für Elektronen unter 2000 Volt die Reichweite viel kleiner ist als der Radius. Die von der Ultrapartikel erzeugten Sekundärelektronen werden darum trotz des starken Feldes normalerweise nicht zu Spiralen aufgewickelt, die entstehenden Ionennester nicht verdichtet, die Ultraspur nicht schärfer gegenüber dem Fall ohne Feld.

<sup>1)</sup> Falls die Elektronen, ohne sich anzulagern, frei diffundieren, wäre hier für D ein entsprechend größerer Wert einzusetzen.

Durch Auszählung der Nester an scharfen Spuren können wir also die primäre Ionisation bestimmen. Da die scharfen Spuren in der expandierten Kammer entstanden sind, rechnen wir diese Zahlen auf Normalluft um durch Multiplikation mit dem Expansionsverhältnis. Ferner bringen wir eine Korrektur an wegen der möglichen gegenseitigen Überdeckung zweier benachbarter Nester.

Die rechnerische Grundlage dafür ist dieselbe wie bei einer früheren Betrachtung<sup>1</sup>), wo die statistische Überdeckung optischer absorbierender Querschnitte behandelt wurde. Das Ergebnis der Rechnung ist: Wenn auf der Platte pro Längeneinheit N Lichtpunkte vom mittleren Durchmesser  $\epsilon$  gezählt werden. so ist die wirkliche Anzahl der Lichtpunkte gleich  $N \frac{N\epsilon}{1-e^{-N\epsilon}}$ .

Zur Auswertung wurden acht positive und zwei negative Spuren mit Energien in der Nähe von 10<sup>9</sup> Volt herangezogen. Ein auffälliger Gang mit der Voltgeschwindigkeit ist nicht erkennbar; bemerkenswerterweise fehlt auch ein Einfluß des Ladungsvorzeichens. Die auf Normalluft und Überdeckung korrigierten Werte der Primärionisation (Nester pro Zentimeter) lauten: 21, 21, 20, 17, 16, 19, 24, 18, 20, 17; der Mittelwert ist 19 Nester pro Zentimeter Normalluft.

Bei der Klarheit der zur Auszählung benutzten Spurbilder sollte man meinen, daß die erhaltenen Werte zuverlässig sind. Nach der Theorie von  $M \emptyset 1 ler^2$ ) und Williams<sup>3</sup>) sollten aber Elektronen dieser Geschwindigkeit stärker ionisieren als beobachtet; man wird daher weitere Zählungen unter verbesserten Bedingungen abwarten müssen, bevor man den obigen Absolutwerten trauen kann.

Die Relativwerte der Zahlen sind aber wohl zu einem Vergleich benutzbar, und wir stellen dabei fest, daß der Schwankungsbereich obiger Zahlen nicht größer ist als derjenige einer statistisch definierten Größe vom Mittelwert 19. Da der Einfluß der Masse in diesem Geschwindigkeitsgebiet stark zurücktritt, können wir diese Tatsache zu einer Folgerung über die Ladung der Partikeln benutzen: wir schließen, daß die Ladung bei allen zehn Partikeln gleich groß war, nämlich gleich dem Elementarquant. Ein  $\alpha$ -Teilchen z. B. mit seiner doppelten Ladung würde, abgesehen von seiner verschiedenen Masse, viermal so stark ionisieren, also völlig aus dem Rahmen der obigen Zahlen herausfallen. In diesem extremen Geschwindigkeitsgebiet

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) P. Kunze, Ann. d. Phys. 85, 1018, 1928.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Chr. Møller, Ann. d. Phys. 14, 531, 1932.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>) E. J. Williams, Proc. Roy. Soc. London (A) **135**, 108, 1932; E. J. Williams u. F. R. Terroux, ebenda **126**, 289, 1930.

Zeitschrift für Physik. Bd. 83.

### Paul Kunze.

sind offenbar nur einfach geladene elementare Korpuskeln beständig. Diese Tatsache ist wichtig bei der Energiebestimmung aus der magnetischen Spurkrümmung, denn diese beruht ja auf der Annahme, daß es sich um Einheitsladungen handelt.

## Zusammenfassung.

Die vorliegende Arbeit enthält weitere Ergebnisse, die sich aus den früher angefertigten Aufnahmen von Ultraspuren in einem Magnetfeld ableiten lassen. - Im ersten Abschnitt wird die auf die Kammerebene projizierte Richtungsverteilung der Ultraspuren bestimmt, welche einer sin<sup>2</sup>-Kurve<sup>1</sup>) ähnlich ist. — Im zweiten Abschnitt werden die Doppelspuren besprochen. Zunächst wird die Häufigkeit der Ultraspuren mit anderen Beobachtungen verglichen und daraus die Wahrscheinlichkeit unechter (zufälliger) Mehrfachspuren berechnet. Für die echten Mehrfachspuren werden drei Entstehungsarten vorgeschlagen: Sekundärelektronen an festen Wänden, Kernexplosion, Zweierstoß. Für den letzteren werden die Stoßgleichungen aufgestellt und eingehend diskutiert. Charakteristisch für den Zweierstoß zwischen identischen Teilchen ist, daß die entstehenden Mehrfachspuren fast parallele Komponenten haben, also sehr wenig divergieren. — Im dritten Abschnitt wird an scharfen Spuren die primäre Ionisation ausgezählt. Die bei zehn Korpuskeln von  $\sim 10^9$  Volt Geschwindigkeit erhaltenen Werte schwanken statistisch um einen gemeinsamen Mittelwert, woraus der Schluß zu ziehen ist, daß es sich um Einheitsladungen handelt.

Zum Schluß möchte ich, wie in der ersten Veröffentlichung, für die Förderung danken, die mir bei der Ausführung der Arbeit in hohem Maße zuteil wurde: Herrn Prof. Füchtbauer für die Anregung zu dieser Arbeit, sowie für die großzügige Unterstützung mit allen Hilfsmitteln des Instituts, Herrn Direktor Pfannkuch der AEG. für die Ausführung der Starkstromspule, den Herren der Rostocker Gleichstromzentrale Direktor Pyritz, Oberingenieur Aeffner und Ingenieur Wickner für die Gastfreundschaft und die Stromlieferung, und schließlich noch der Helmholtzgesellschaft und der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für die Bereitstellung der bedeutenden Mittel, welche die Untersuchung erforderte.

Rostock, Physikalisches Institut, März 1933.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Die sin<sup>2</sup>-Kurve ist hier nur Vergleichskurve ohne spezielle physikalische Bedeutung.